Траектории изучения математики в раннем возрасте. Пути приобретения навыков и обучения

Дуглас Х. Клементс, PhD, Джули Сарама, PhD

Высшая школа образования, Университет в Буффало, США и Государственный университет Нью-Йорка в Буффало, США

июля 2010 г.

Введение

В процессе развития и обучения ребенок естественным образом проходит определенные этапы. Простой пример: сначала ребенок начинает ползать, затем учится ходить, бегать и прыгать с возрастающей скоростью и ловкостью. Аналогичным образом дети обучаются математике, следуя естественным этапам развития; они осваивают математические понятия и навыки по-своему. Если педагоги учитывают данные этапы развития и строят обучающую деятельность на основе этого знания, они способны создать такую математически обогащенную среду обучения, которая соответствует уровню развития детей и эффективно их развивает. Эти пути развития представляют собой основной компонент *траектории научения*.

©2010-2025 ABILIO | ЧИСЛОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ

Ключевые вопросы

Траектории обучения помогают ответить на следующие вопросы:

1. Какие цели мы должны ставить перед собой?
2. С чего начать?
3. Как узнать, куда идти дальше?
4. Как добиться результата?

Результаты последних исследований

В последнее время исследователи пришли к принципиальному согласию относительно сущности траекторий научения[1]. Траектории научения включают в себя три компонента: а) цель обучения математике; б) путь развития, по которому дети следуют к достижению данной цели; 3) комплекс обучающих видов деятельности, или заданий, подобранных в соответствии с определенным уровнем развития мышления детей и помогающих им продвигаться в развитии далее. Далее рассмотрим каждый из этих компонентов.

Цели: Главные математические понятия

Первым компонентом траектории научения является *цель обучения математике*. Наши цели – это *базовые математические понятия* т.е. совокупности ключевых и целостных математических понятий и навыков, соответствующих уровню детского мышления и способствующих их дальнейшему обучению. Эти базовые понятия были сформулированы в процессе осуществления нескольких крупных проектов, включая проекты Национального совета учителей математики и Национальной экспертной группы по вопросам математики [2,3,4]. Например, одна из базовых идей гласит, что *счет помогает определить количество элементов в множестве*. Другое положение заключается в том, что *геометрические фигуры можно описывать, анализировать, преобразовывать, создавать из комбинаций других фигур, а также разбирать на составные элементы*. Важно понимать, что существует несколько подобных базовых понятий и траекторий научения, порядка 12-ти в зависимости от их классификации.

Этапы развития: пути научения

Второй компонент траектории научения представлен уровнями мышления, сложность каждого из которых выше предыдущего, что позволяет достигнуть поставленных целей в математике. Иными словами, этапы развития представляют собой некий естественный путь, следуя которому, дети совершенствуют свое понимание и навыки в конкретном разделе математики. Развитие математических способностей начинается с самого рождения. Определенные компетенции в отношении числа, чувства пространства и упорядоченностей[5,6], похожие на математические, являются у детей врожденными.

Однако представления маленьких детей и их индивидуальные интерпретации ситуаций значительно отличаются от аналогичных представлений у взрослых. По этой причине компетентные преподаватели дошкольных учреждений избегают суждений о том, что дети «воспринимают» ситуации, проблемы и решения подобно взрослым. Вместо этого хорошие преподаватели стараются понять, о чем думают дети и что они делают, пытаются увидеть ситуацию глазами детей. Аналогичным образом, когда эти преподаватели взаимодействуют с детьми, они рассматривают обучающие виды и свои собственные действия с позиции ребенка. Именно поэтому обучение дошкольников является ответственным и в то же время благодарным занятием.

В траекториях научения, разработанных нами в рамках проектов Building Blocks* и TRIAD†, используются простые обозначения для каждого уровня мышления. В таблице 1 представлена часть траектории научения счету. В колонке Этапы Развития содержится как обозначение каждого уровня мышления, так и его описание с примером детского мышления и поведения. Важно заметить, что в первой колонке возраст детей указывается приблизительно. Не имея соответствующего опыта, некоторые дети могут на несколько лет отставать в развитии от указанного в таблице среднего возраста. Имея качественное образование, дети могут продвинуться в освоении на несколько лет вперед. Как указано в примере, приведенном в таблице, четырехлетние дети, участвовавшие в нашей программе обучения Building Blocks, во всех траекториях научения, включая счет, обнаруживают уровень мышления, соответствующий требованиям для возрастной группы пятилетних, иногда даже превосходя его. (Чтобы узнать больше о комплексе траекторий научения по всем разделам математики, смотрите статьи Clements & Sarama[7]; Sarama & Clements[6]. Данные работы освещают полный комплекс исследований, на которых основаны все траектории научения).

Обучающие задания: пути обучения

Третья составляющая траектории научения включает в себя комплекс обучающих заданий, соответствующих каждому уровню мышления согласно этапам возрастной прогрессии. Данные задания разработаны для того, чтобы помочь детям освоить понятия и навыки, необходимые для достижения определенного уровня мышления. Это означает, что преподаватели могут использовать эти задания, чтобы помочь детям продвигаться от одного уровня к другому. В третьей колонке таблицы 1 содержатся примеры таких заданий. (Повторим, что полный комплекс траекторий научения в работах Clements & Sarama[6,7] включает в себя не только все возрастные уровни, но также обучающие задания для каждого уровня).

Таблица 1. Примеры траекторий научения счету (все примеры взяты из статей Clements & Sarama[8], Clements & Sarama[7], Sarama & Clements[6]).

Возраст	**Этапы развития**	**Обучающие задания**
1 год	**До-счетная стадия** *Вербальное выражение*: вербальное выражение счета отсутствует. **Лепет** *Вербальное выражение*: монотонное воспроизведение звуков нараспев или произнесение неразличимых на слух чисел.	Связывайте числительные с количествами, а также друг с другом в качестве компонентов числового ряда. Регулярные повторения последовательного счета в различных ситуациях.

Возраст	Этапы развития	Обучающие задания
2 год	**Счет вслух** *Вербальное выражение*: устный счет с отдельными словами, но не обязательно в правильном порядке.	Регулярно повторяйте числа в правильной последовательности в разных ситуациях. *Упражнение «Счет и гонки»*. Дети считают устно вместе со звуковым компьютерным приложением (счет до 50), добавляя одну машинку на мототрек с каждой единицей счета.
3 год	**Счет вслух (до 10)** Вербальное выражение: устный счет до десяти с частичным согласованием с подсчитываемыми объектами.	*Упражнение «Счет и движение»*. Попросите детей посчитать от 1 до 10 или до требуемого числа, совершая какое-либо движение на каждой единице счета. Например, на счет «один» [коснитесь головы], на счет «два» [коснитесь плеч], на счет «три» [коснитесь головы] и так далее.

Возраст	Этапы развития	Обучающие задания
	Соответствие Наличие парного согласования между числами и объектами подсчета (одно слово на каждый объект), на примере небольшой группы предметов, выложенных в один ряд.	*Упражнение «Счет на кухне»*. Находясь за компьютером, дети нажимают с помощью мыши на предметы один за другим в то время, как числа от одного до десяти воспроизводятся вслух. Например, на каждый счет дети нажимают на разные продукты питания, от которых при этом «откусывается» кусочек.
4 год	**Счет небольших величин** Правильный счет предметов до пяти в нужной последовательности и правильный ответ на вопрос «Сколько?» после последнего посчитанного предмета.	Упражнение «Кубики в коробке». Попросите ребенка посчитать небольшой набор кубиков. Сложите кубики в коробку и закройте ее. Затем спросите ребенка, сколько кубиков вы спрятали. Если ребенок может, попросите его/ее записать число. Затем высыпьте кубики и посчитайте их вместе, чтобы проверить правильность ответа. *Упражнение «Пиццы» 2*. Дети считают до пяти, раскладывая пять ингредиентов начинки пиццы.

Возраст	Этапы развития	Обучающие задания
	Распознавание (небольшие величины) Счет до пяти предметов. Осознание того, что в каждой ситуации конечное число при подсчете может быть разным.	*Упражнение «Подсчет движений»*. В ходе перерыва попросите детей подсчитать, сколько раз вы подпрыгните или ударите в ладоши (или выполните какое-либо другое движение). Затем попросите их проделать те же движения столько же раз. Первоначально подсчитайте движения вместе с детьми. *Упражнение «Пиццы» 3*. Дети добавляют заданное число ингредиентов в начинку воображаемой пиццы (от 1 до 5).

Возраст	Этапы развития	Обучающие задания
5 год	**Счет и распознавание (10+)** Точный счет до десяти и выделение предметов, затем более десяти (до 30). Наличие ясного понимания количества (того, что число отражает общее количество элементов в множестве). Отслеживание подсчитанных и не включенных в счет предметов, в том числе данных в произвольном порядке.	*Упражнение «Подсчет башен» (больше 10)*. Предложите детям посчитать до 20 и далее, в то время, как они строят высокие башенки, например, из монет. Дети строят максимально высокие башни, добавляя новые монеты, но не поправляя монеты, уже находящиеся в башне. Цель – оценить и подсчитать, сколько монет находится в самой высокой башне. *Упражнение «Магазин динозавриков» 2*. Дети добавляют столько динозавриков в коробку, сколько нужно, чтобы досчитать до заданного числа.

Таким образом, траектории научения включают описание целей обучения, процессов мышления и научения у детей на разных уровнях, а также тренировочные действия, в которых они могут быть задействованы. У людей часто возникают вопросы по поводу траекторий научения.

Будущие направления

Несмотря на то, что данные траектории научения доказали свою эффективность в рамках учебных программ раннего обучения математике и для профессионального развития преподавателей[9,10], было проведено относительно мало исследований, направленных на сравнение способов их внедрения. Таким образом, их конкретную роль еще предстоит изучить. Для детей младшего возраста несколько траекторий научения опираются на многочисленные исследования, например, таковые имеются для обучения счету и

арифметике. Однако в основе других траекторий научения, связанных с упорядочиванием и измерением, лежит гораздо меньше исследований. Более того, существует совсем мало методических пособий, посвященных обучению старшеклассников более сложным разделам математики. Данное направление остается актуальным для подобных исследований.

Выводы

Траектории научения могут применяться для стимулирования профессионального развития учителей, преподающих математику детям на ранних этапах. Например, те немногие преподаватели, которые включались в содержательное обсуждение реформы обучения математике, представляли себе учебный процесс не просто как прохождение образовательной программы, но как помощь учащимся в продвижении по уровням понимания предмета[11]. Кроме того, исследователи предполагают, что профессиональное развитие, сосредоточенное на траекториях научения, увеличивает не только профессиональные знания преподавателей, но также мотивацию и успеваемость учащихся [12,13,14]. Таким образом, траектории научения могут способствовать обучению всех детей соответственно их возрасту и этапу развития.

От автора:

Данная статься основана на работе, частично поддержанной грантом №ESI-9730804, выданным Национальной научным фондом на исследование Д. Клементса и Дж. Сарама «Building Blocks – Foundations for Mathematical Thinking, Pre-Kindergarten to Grade 2: Research-based Materials Development». Также работа была частично поддержана Институтом педагогических наук (педагогический департамент США, под контролем Межведомственной исследовательской организации в сфере образования, объединения Института педагогических наук, Национального научного фонда и Национального Института здоровья и развития человека) посредством гранта №R305K05157, выданного Д. Клементсу, Дж. Сарама и Дж. Ли на исследование «Scaling Up TRIAD: Teaching Early Mathematics for Understanding with Trajectories and Technologies». Любые мнения, результаты исследований, заключения и рекомендации, представленные в этой статье, являются авторскими и не обязательно выражают точку зрения фондовых агентств. Учебная программа, представленная в данном исследовании, была опубликована авторами, права на результаты которой принадлежат авторам. Независимый рецензент оценил структуру

исследования, сбор данных и анализ, пять независимых исследователей одобрили материал исследования и его методику. Авторы, имена которых приведены в алфавитном порядке, внесли равный вклад в проведение исследований.

Литература

1. Clements DH, Sarama J, eds. Hypothetical learning trajectories. *Mathematical Thinking and Learning* 2004;6(2).
2. Clements DH, Conference Working Group. Part one: Major themes and recommendations. In: Clements DH, Sarama J, DiBiase AM, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates; 2004: 1-72.
3. NCTM. *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematic; 2006.
4. United States. National Mathematics Advisory Panel. *Foundations for success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington D.C.: U.S. Department of Education, Office of Planning, Evaluation and Policy Development; 2008.
5. Clements DH, Sarama J. Early childhood mathematics learning. In: Lester FK Jr, ed. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York, NY: Information Age Publishing; 2007a: 461-555.
6. Sarama J, Clements DH. *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York, NY: Routledge; 2009.
7. Clements DH, Sarama J. *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge; 2009.
8. Clements DH, Sarama J. SRA real math building blocks. Teacher's resource guide pre K. Columbus, OH: SRA/McGraw-Hill; 2007b.
9. Clements DH, Sarama J. Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal* 2008;45:443-494.
10. Sarama J, Clements DH, Starkey P, Klein A, Wakeley A. *Scaling up the implementation of a pre-kindergarten mathematics curriculum: Teaching for understanding with trajectories and technologies*. Journal of Research on Educational Effectiveness 2008;1:89-119.
11. Fuson KC, Carroll WM, Drueck JV. Achievement results for second and third graders using the Standards-based curriculum Everyday Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* 2000;31:277-295.
12. Clarke BA. A shape is not defined by its shape: Developing young children's geometric understanding. *Journal of Australian Research in Early Childhood Education* 2004;11(2):110-127.
13. Fennema EH, Carpenter TP, Frank ML, Levi L, Jacobs VR, Empson SB. A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education* 1996;27:403-434.
14. Wright RJ, Martland J, Stafford AK, Stanger G. *Teaching number: Advancing children's skills and strategies*. London: Paul Chapman Publications/Sage; 2002.

---

[*] См. вебсайт Building Blocks: http://www.ubbuildingblocks.org (Дата обращения: 23 март 2015 г).

[†] См. вебсайт TRIAD: http://www.ubtriad.org (Дата обращения: 23 март 2015 г.).