## ЧИСЛОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ

# Числовые знания в раннем детстве

**Кэтрин Софиан, PhD**

Гавайский университет, США

июня 2009 г.

### Введение

В последние годы резко выросло количество исследований, посвященных знаниям о числах у маленьких детей. В фокусе данных исследований находится большое разнообразие способностей и представлений, начиная от способности младенцев различать группы, содержащие разное количество предметов[1,2], до понимания дошкольниками числительных (слов, обозначающих цифры)[3,4] и счёта[5,6,7], а также обратных отношений между сложением и вычитанием[8,9].

### Предмет

Исследование знаний маленьких детей о числах закладывает основу для определения стандартов дошкольного образования[10] и для составления рабочей программы по математике для дошкольников[11,12,13]. Кроме того, математические знания, приобретенные в дошкольном возрасте, влияют на дальнейшую успеваемость в школе и выбор профессии в будущем[14]. Анализ предикторов школьной успеваемости, проведенный на данных шести лонгитюдных исследований, показал, что математические навыки, демонстрируемые детьми при поступлении в школу, в большей степени позволяют прогнозировать

последующую школьную успеваемость, чем это делают навыки чтения, способность к концентрации внимания или социо-эмоциональные навыки[15].

**Проблематика**

В своей основе числовая грамотность связана с пониманием того, что числа служат обозначениями различных величин. Соответственно, изучение того, как развивается числовая грамотность в раннем детстве, ведет к пониманию того, как дети приходят к пониманию основных количественных отношений, общих для чисел и количеств иного типа, а также таких свойств чисел, которые отличают их от количеств иного типа.

**Научный контекст**

В ставшем классическим исследовании Ж. Пиаже, посвященном логико-математическому развитию, изучалось то, как дети понимают общие свойства количеств, такие как сериация и сохранение отношений эквивалентности при определенного рода трансформациях[16]. Однако Ж. Пиаже считал, что такого рода знание появляется с развитием у детей конкретно-операционального мышления в возрасте 5-7 лет. Последующие исследования[17] показали, что дети младшего возраста владеют числовыми знаниями в бóльшей степени, чем Пиаже допускал; а современные исследования  свидетельствуют о наличии у малышей широкого диапазона способностей к оперированию числами[18].

**Ключевые вопросы**

Согласно авторитетному, хотя и спорному мнению, представленному в современной  литературе по ранним способностям к оперированию числами, мозг «жестко запрограммирован» на число[19,20].В поддержку этой идеи часто приводят в качестве свидетельства способность младенцев и животных различать число объектов[21]. Однако критики нативистских взглядов на числовые знания (философской доктрины, согласно которой мозг рождается с идеями/знаниями), отмечают, что математическое мышление претерпевает непрерывные изменения в ходе развития, что понятие числа медленно дифференцируется от других количественных измерений[22,23], а числовые знания, появляющиеся в раннем возрасте, контекстуально обусловлены[24]. Более того, накопленные данные свидетельствуют о том, что язык[24] и другие продукты культуры и практики[25,26] вносят огромный вклад в освоение маленькими детьми числовых знаний.

**Результаты последних исследований**

*Числовые знания в младенческом возрасте*

Одно из наиболее активно развивающихся направлений современных исследований посвящено способностям младенцев к оперированию числами. Kobayashi, Hiraki и Hasegawa [1] использовали несоответствие визуальной и слуховой информации о количестве объектов в группе для того, чтобы оценить способность шестимесячных детей различать количеств. Они показывали младенцам предметы, которые издавали звук при ударе о поверхность, затем роняли два или три предмета за экраном так, чтобы младенцы слышали звук падения каждого, но не видели сами предметы. После этого они удаляли экран, и взору открывалось верное или неверное количество предметов (3, если было 2 звука удара, и наоборот). Младенцы глядели дольше, когда количество предметов не совпадало с количеством услышанных звуков, что говорит о том, что они способны отличать два предмета от трех. Другие исследования показывают, что шестимесячные дети способны уловить количественную разницу между бóльшим числом предметов, при условии, что она значительна. Шестимесячные младенцы отличают 4 от 8[27] и даже 16 от 32[28] . Однако если разница сокращается (например, 8 и 12), шестимесячные младенцы ошибаются[29], а дети постарше оказываются успешнее[2]. Таким образом, с возрастом младенцы развивают способность к более точному различению количеств.

*Знания детей младшего возраста о числовых отношениях*

Поскольку числа представляют собой некую величину, основополагающее знание о числах связано с пониманием того, что числовые величины вступают в отношения равенства и отношения больше/меньше[30]. Исследования младенцев обнаруживают удивительный факт: для дошкольников важным достижением в процессе развития становится их способность сравнивать группы предметов в числовом отношении, особенно, когда это влечет за собой способность не принимать во внимание при этом другие отличающиеся признаки.

Например, K. Mix[31] изучала способность трехлетних детей к количественному сопоставлению наборов из 2, 3 или 4 черных точек. Задание выполнялось с легкостью, когда предметы, которые дети должны были сопоставить с точками, внешне их напоминали (например, черные диски или красные ракушки примерно того же размера, что и точки). Однако успешность выполнения задания падала, когда предметы отличались от точек по форме (например, фигурки львов или разные по внешнему виду объекты).

Muldoon, Lewis и Francis[7] изучали способность четырехлетних детей оценивать числовое соотношение двух рядов кубиков (с 6-9 кубиками в ряду) в условиях, когда длина рядов намеренно дезориентирует, т.е. когда два ряда, разные по длине, содержат одинаковое количество элементов или два одинаковых по длине ряда содержат разное количество элементов. Большинство детей полагались на сравнение длины ряда, а не на подсчет элементов. Однако после проведения трех тренировочных подходов результаты улучшились, особенно у тех детей, которых в процессе тренировки просили объяснить, почему ряды равны или неравны численно (о том, что ряды равны или неравны, им сообщал экспериментатор).

**Неисследованные области**

В то время как количество экспериментальных данных числовой грамотности детей в раннем возрасте стремительно растет, отсутствие общей теории, которая бы объединила весь спектр результатов, полученных эмпирическим путем, ограничивает наше понимание того, как уже полученные разнообразные данные согласуются друг с другом, и какие вопросы еще остаются без ответа. В литературе, посвященной младенчеству, например, конкурирующие гипотезы легли в основу многочисленных исследований последних лет, однако их результаты не сгладили существующие теоретические противоречия. Выдвигая теоретические положения, ученые должны быть осведомлены о результатах всех остальных исследований, а их теории должны быть сформулированы настолько точно, чтобы допускать эмпирическую проверку.

В дополнение к этому, исследователям необходимо больше информации о процессах, обеспечивающих развитие понимания чисел в раннем возрасте. Мы знаем, что на успеваемость детей младшего возраста влияют многие факторы окружающей среды, начиная от культуры и социального класса[32] и заканчивая моделью взаимоотношений между родителем и ребенком[33,34], а также между учителем и ребенком[35]. В настоящий момент наука располагает незначительными по объему сведениями, в основном из экспериментальных исследований с обучением[7,25,36], о том, как конкретный опыт меняет детское числовое мышление. Особенно полезным были бы те исследования, которые предоставили бы обобщающие данные: (а) о повседневном опыте детей, связанном с числами, и о том, как этот опыт меняется с возрастом детей, и (б) об экспериментальном влиянии такого опыта на мышление ребенка.

**Выводы**

Имеющиеся исследования того, как происходит развитие знаний о числе в детстве, подтверждают четыре обобщающих вывода, которые имеют большое значение для практики и административных директив. Во-первых, развитие знаний о числах многоаспектно. Числовая грамотность в раннем детстве – это гораздо больше, чем простой счет и знание элементарных основ арифметики. Во-вторых, несмотря на свидетельства того, что уже младенцы обладают способностями к распознаванию чисел, возрастные изменения носят непрерывный характер. При сравнении детей разных возрастов старшие дети почти всегда показывают лучшие результаты. В-третьих, вариативность также повсеместна Все дети по-разному справляются с различными задачами с числами[37], прибегают к различной аргументации при оперировании числами в разнообразных ситуациях[3] и даже дают различные ответы при выполнении одного и того же задания в разных попытках[5,38]. И, наконец, прогресс детей в освоении числовых знаний весьма восприимчив к внешнему воздействию. На успешность развития числовых знаний детей влияет неучебная деятельность, такая как настольные игры[25], специально организованная, экспериментальная деятельность, направленная на разъяснение детям числовых взаимоотношений[7,36], а также те формы и способы, при помощи которых родители[33,34] и учителя[35] рассказывают детям о числах.

**Рекомендации**

Важный вклад исследований числовой грамотности детей в раннем возрасте для практики и административных директив заключается в том, их результаты могут помочь скорректировать цели, которые устанавливаются для обучения дошкольников математике. Поскольку развитие числовых знаний в раннем детстве многосторонне, то и цели для образовательных программ должны быть намного шире, чем просто обучение детей навыкам счета и основам арифметики. Числа, как и другие величины, характеризуются отношениями равенства и неравенства. В то же время числа отличаются от других величин тем, что в их основе лежит расчленение общего количества на элементы. Учебные задания, которые стимулируют детей размышлять об отношениях между количествами и о том, какое влияние на эти количества оказывают такие преобразования как деление, группировка или перегруппировка, могут ускорить усвоение детьми данных понятий. Благодаря многообразию и пластичности числового мышления детей младшего возраста, учебные программы на этом этапе обладают большим потенциалом для увеличения знаний

детей о числах.

**Литература**


1. Kobayashi T, Hiraki K, Hasegawa T. Auditory-visual intermodal matching of small numerosities in 6-month-old infants. *Developmental Science* 2005;8(5):409-419.
2. Xu F, Arriaga RI. Number discrimination in 10-month-olds. *British Journal of Developmental Psychology* 2007;25(1):103-108.
3. Mix KS. How Spencer made number: First uses of the number words. *Journal of Experimental Child Psychology* 2009;102(4):427-444.
4. Sarnecka BW, Lee MD. Levels of number knowledge in early childhood. *Journal of Experimental Child Psychology* 2009;103(3):325-337.
5. Chetland E, Fluck M. Children's performance on the 'give-x' task: A microgenetic analysis of 'counting' and 'grabbing' behaviour. *Infant and Child Development* 2007;16(1):35-51.
6. Le Corre M, Carey S. One, two, three, four, nothing more: an investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition* 2007:105(2):395-438.
7. Muldoon K, Lewis C, Francis B. Using cardinality to compare quantities: The role of social-cognitive conflict in the development of basic arithmetical skills. *Developmental Science* 2007;10(5):694-711.
8. Canobi KH, Bethune NE. Number words in young children's conceptual and procedural knowledge of addition, subtraction and inversion. *Cognition* 2008;108(3):675-686.
9. Sherman J, Bisanz J. Evidence for use of mathematical inversion by three-year-old children. *Journal of Cognition and Development* 2007;8(3):333-344.
10. Clements DH, Sarama J, DiBiase AM, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates; 2004.
11. Clements DH, Sarama J. Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal* 2008; 45(2):443-494.
12. Griffin S, Case R. Re-thinking the primary school math curriculum: An approach based on cognitive science. *Issues in Education* 1997;3(1):1–49.
13. Starkey P, Klein A, Wakeley A. Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Childhood Research Quarterly* 2004;19(1):99-120.
14. National Mathematics Advisory Panel. *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington, DC.: U. S. Department of Education; 2008.
15. Duncan GJ, Dowsett CJ, Claessens A, Magnuson K, Huston AC, Klebanov P, Pagani LS, Feinstein L, Engel M, Brooks-Gunn J, Sexton H, Duckworth K, Japel C. School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*. 2007;43(6):1428 – 46.
16. Piaget J. *The child's conception of number*. Gattegno C, Hodgson FM, trans. New York, NY: Norton; 1952.
17. Gelman R, Gallistel CR. *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press; 1978.
18. Geary DC. Development of mathematical understanding. In: Damon W, ed. *Handbook of child psychology*. 6th ed. New York, NY: John Wiley & Sons; 2006:777-810. Khun D, Siegler RS Siegler, eds. *Cognition, perception, and language*.Vol. 2.
19. Butterworth B. *The mathematical brain*. New York, NY: Macmillan; 1999.
20. Dehaene S. *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford, UK: Oxford University Press; 1997

21. Feigenson L, Dehaene S, Spelke E. Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences* 2004;8(3):307-314.

22. Sophian C. Beyond competence: The significance of performance for conceptual development. *Cognitive Development* 1997;12(3):281-303.

23. Sophian C. *The origins of mathematical knowledge in childhood*. New York, NY: Lawrence Erlbaum Associates; 2007.

24. Mix KS, Sandhofer CM, Baroody AJ. Number words and number concepts: The interplay of verbal and nonverbal quantification in early childhood. In: RV Kail, ed. *Advances in child development and behavior*.vol. 33. New York, NY: Academic Press; 2005:305-346.

25. Ramani GB, Siegler RS. Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development* 2008;79(2):375-394.

26. Schliemann AD, Carraher DW. The evolution of mathematical reasoning: Everyday versus idealized understandings. *Developmental Review* 2002;22(2):242-266.

27. Xu F. Numerosity discrimination in infants: Evidence for two systems of representation. *Cognition* 2003;89(1):B15-B25

28. Xu F, Spelke ES, Goddard S. Number sense in human infants. *Developmental Science* 2005;8(1):88-101.

29. Xu F, Spelke ES. Large-number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition* 2000;74(1):B1-B11.

30. Davydov VV. Logical and psychological problems of elementary mathematics as an academic subject. In: Kilpatrick J, Wirszup I, Begle EG, Wilson JW, eds. *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics*.Chicago, Ill: University of Chicago Press; 1975: 55-107. Steffe LP, ed. *Children's capacity for learning mathematics*. Vol. 7.

31. Mix KS. Surface similarity and label knowledge impact early numerical comparisons. *British Journal of Developmental Psychology* 2008;26(1):1-11.

32. Starkey P, Klein A. Sociocultural influences on young children's mathematical knowledge. In: Saracho ON, Spodek B, eds. *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education*. Charlotte, NC: IAP/Information Age Pub.; 2008:253-276.

33. Blevins-Knabe B, Musun-Miller L. Number use at home by children and their parents and its relationship to early mathematical performance. *Early Development and Parenting* 1996;5(1):35-45.

34. Lefevre J, Clarke T, Stringer AP. Influences of language and parental involvement on the development of counting skills: Comparisons of French- and English-speaking Canadian children. *Early Child Development and Care* 2002;172(3):283–300.

35. Klibanoff RS, Levine SC, Huttenlocher J, Vasilyeva M, Hedges LV. Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher "math talk." *Developmental Psychology* 2006;42(1):59-69.

36. Sophian C, Garyantes D, Chang C. When three is less than two: Early developments in children's understanding of fractional quantities. *Developmental Psychology* 1997;33(5):731-744.

37. Dowker A. Individual differences in numerical abilities in preschoolers. *Developmental Science* 2008;11(5):650-654.

38. Siegler RS. How does change occur: A microgenetic study of number conservation. *Cognitive Psychology* 1995;28(3):225-273.